

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Основы дискретной математики
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	А1360: Передовые методы искусственного интеллекта Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: К.Ю. Войтиков, канд. техн. наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.08.2025

Аннотация

Дисциплина "Основы дискретной математики" представляет собой введение в основные концепции и методы, используемые в дискретной математике. Курс охватывает такие темы, как логика, множества, комбинаторика, теория графов, алгоритмы и теорию чисел. В рамках этой дисциплины студенты изучают математические структуры, которые играют важную роль в компьютерных науках, инженерии и других областях. Курс также подчеркивает практические применения дискретной математики в различных областях, включая информационные технологии, криптографию, оптимизацию и моделирование. Акцент делается на развитии навыков абстрактного мышления, решении задач и применении математических методов для анализа и решения реальных проблем. Дисциплина "Основы дискретной математики" является важной основой для более глубокого понимания компьютерных наук, информационных технологий и других технических дисциплин.

В рамках реализации дисциплины обеспечено разнообразие форматов и методов обучения: лекции, семинары с ИТ-практиками, конкурсы, хакатоны, кейс-чемпионаты, мастер-классы, командные проектные задания и другие формы активного взаимодействия.

Кроме того, предусмотрено изучение кейсов и реальных задач, связанных с разработкой, внедрением и развитием цифровых технологий, ИТ-разработок и алгоритмических решений. Кейсы формируются на основе практического опыта промышленных партнёров и используются как для изучения теоретических аспектов курса, так и для выполнения практических и проектных заданий.

Курс базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплины "Основы комбинаторики и теории чисел", и является предшествующей для дисциплины "Дискретный анализ".

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Развить у студентов фундаментальные знания основ дискретной математики, необходимых для понимания и решения задач в различных областях информатики и математики, таких как теория алгоритмов, программирование, компьютерная графика, криптография, теория кодирования, искусственный интеллект, и др.

Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов логик;
- приобретение слушателями теоретических знаний в области дискретной математики.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности

информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия и теоремы дискретной математики;
- методы доказательства и логические операции;
- основные типы алгебраических структур;
- принципы комбинаторики и их применение;
- основные понятия теории графов.

уметь:

- решать логические задачи и строить доказательства;
- применять методы комбинаторики для решения задач;
- решать задачи на графах;
- использовать основы алгебры для решения задач.

владеть:

- логическим и абстрактным мышлением;
- аналитическими навыками;
- навыками решения проблем.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Логика и доказательства	5	5		5
2	Теория множеств	5	5		5
3	Комбинаторика	5	5		10
4	Теория графов	5	5		5
5	Теория чисел	5	5		5
6	Регрессионный анализ	5	5		15
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Логика и доказательства

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Основы математической логики: высказывания, логические связки, таблицы истинности. Кванторы и предикаты. Методы доказательства: прямое, от противного, по индукции. Применение доказательств в компьютерных науках и анализе алгоритмов.

2. Теория множеств

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Множества, подмножества, операции над множествами. Декартово произведение, отображения и отношения. Кардинальные числа и счётность. Применения в информатике и формальных моделях.

3. Комбинаторика

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Правила сложения и умножения, перестановки, размещения и сочетания. Бином Ньютона. Производящие функции. Основы вероятностных методов в комбинаторике. Применения в анализе алгоритмов, кодировании и оптимизации.

4. Теория графов

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Основные определения: вершины, рёбра, степени вершин. Типы графов (ориентированные, взвешенные, деревья). Маршруты, пути и циклы. Основные алгоритмы на графах: поиск в глубину и ширину, кратчайшие пути, остовные деревья. Применения в сетях, анализе данных и моделировании.

5. Теория чисел

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Делимость, алгоритм Евклида, простые числа и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма. Конгруэнции и системы сравнений. Применения в криптографии и кодировании.

6. Регрессионный анализ

Форматы обучения: Лекции, интерактивные семинары, разбор кейсов, проектные практикумы, мастер-классы, групповые обсуждения.

Основы регрессионного анализа как приложения дискретной математики и статистики. Линейная регрессия, множественная регрессия, полиномиальные модели. Методы оценки параметров и анализ качества моделей. Применения в анализе данных, машинном обучении и прогнозировании.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий по дисциплине «Основы дискретной математики» используются учебные аудитории, оснащённые современными техническими средствами обучения: мультимедийным проектором, экраном, звуковой системой, а также компьютерной техникой с доступом к сети Интернет.

Студенты имеют возможность работать с лицензионным и открытым программным обеспечением, необходимым для выполнения практических и проектных заданий: математическими пакетами (Mathematica, Maple, MATLAB, SageMath), системами компьютерной алгебры, а также библиотеками для языков программирования (Python: SymPy, NetworkX для графов, NumPy).

В образовательном процессе используются облачные сервисы для проведения вычислительных экспериментов (Google Colab, JupyterHub), платформы для совместной работы и хостинга Git-репозитория (GitHub, GitLab), а также SAAS-сервисы для организации проектной деятельности, кейс-чемпионатов и хакатонов.

Материально-техническая база обеспечивает сочетание теоретической подготовки с практическим решением задач, позволяет интегрировать академическое обучение с прикладными кейсами промышленных партнёров и поддерживает развитие навыков работы с современными цифровыми инструментами.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Дискретная математика [Электронный ресурс] : графы, матроиды, алгоритмы, Электрон. версия печ. публикации / М. О. Асанов, В. А. Барановский, В. В. Расин. — СПб., Лань, 2020

Дополнительная литература

Розен К. Дискретная математика и её применения. — М.: Вильямс, 2019.
Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика: основы информатики. — М.: Мир, 1998.
Гринберг Д.С. Дискретная математика. — М.: МЦНМО, 2015.
Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. — М.: Наука, 1982.

Виленкин Н.Я. Комбинаторика. — М.: Наука, 1991.
Балк М.Б. Комбинаторика. — М.: Физматлит, 2003.
Уилсон Р. Введение в теорию графов. — М.: Мир, 1980.
West D.B. Introduction to Graph Theory. — Prentice Hall, 2001.
Biggs N. Discrete Mathematics. — Oxford University Press, 2002.

Научные публикации (пример):

Kudrov P., Dzhivelikian E., Panov A. I. Hebbian spatial encoder with adaptive sparse connectivity //Cognitive Systems Research. – 2024. – Т. 88. – С. 101277. DOI 10.1016/j.cogsys.2024.101277
Kudrov P., Dzhivelikian E., Panov A. I. Attractor Properties of Spatiotemporal Memory in Effective Sequence Processing Task //Optical Memory and Neural Networks. – 2023. – Т. 32. – №. Suppl 2. – С. S284-S292. DOI 10.3103/S1060992X23060097
Sagirova A., Burtsev M. Complexity of symbolic representation in working memory of Transformer correlates with the complexity of a task //Cognitive Systems Research. – 2022. – Т. 75. – С. 16-24. DOI 10.1016/j.cogsys.2022.05.002

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Электронно-библиотечная система «Лань» (<https://e.lanbook.com>)
Национальная электронная библиотека (<https://rusneb.ru>)
Wolfram MathWorld (<https://mathworld.wolfram.com>)
Discrete Mathematics Portal на arXiv.org (<https://arxiv.org/archive/cs.DM>)

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В образовательном процессе по дисциплине «Основы дискретной математики» применяются современные информационные технологии, обеспечивающие сочетание теоретической подготовки с практическими заданиями и проектной работой.

Используются математические пакеты и системы компьютерной алгебры (Mathematica, Maple, MATLAB, SageMath), а также специализированные библиотеки для языков программирования (Python: SymPy, NetworkX, NumPy; C/C++ библиотеки для графов и комбинаторных вычислений).

Для организации практических занятий и проектной деятельности используются облачные сервисы (Google Colab, JupyterHub), платформы совместной разработки и хостинга Git-репозиториях (GitHub, GitLab), а также SAAS-сервисы для проведения кейс-чемпионов, хакатонов и групповых проектов.

Студенты имеют доступ к электронным образовательным ресурсам (ЭБС «Лань», НЭБ), международным справочным системам и цифровым библиотекам (MathWorld, arXiv, SpringerLink), что обеспечивает актуальность и практико-ориентированный характер обучения.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

Успешное освоение дисциплины требует:

- посещения студентом всех видов аудиторных занятий;
- качественной самостоятельной подготовки к практическим занятиям, активной работы на них;
- активной самостоятельной и аудиторной работы студента;

- своевременной сдачи преподавателю заданий по аудиторным видам работ.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	АІ360: Передовые методы искусственного интеллекта Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
Разработчик:	К.Ю. Войтиков, канд. техн. наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Основы дискретной математики» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия и теоремы дискретной математики;
- методы доказательства и логические операции;
- основные типы алгебраических структур;
- принципы комбинаторики и их применение;
- основные понятия теории графов.

уметь:

- решать логические задачи и строить доказательства;
- применять методы комбинаторики для решения задач;
- решать задачи на графах;
- использовать основы алгебры для решения задач.

владеть:

- логическим и абстрактным мышлением;
- аналитическими навыками;
- навыками решения проблем.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Что такое пропозициональная логика?
2. Какие основные операции выполняются в пропозициональной логике?
3. Что такое тавтология в контексте пропозициональной логики?
4. Что такое доказательство посредством отрицания?
5. Что такое предикат и предикатная логика?
6. Какие кванторы используются в предикатной логике?
7. Что такое теория множеств и какие основные операции выполняются с множествами?
8. Каково определение булеана алгебры множеств?
9. Что такое декартово произведение множеств и как оно используется?
10. Какие основные принципы комбинаторики существуют?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Что такое алгоритмическая сложность и как она связана с дискретной математикой?
2. Какие методы используются для анализа алгоритмической сложности?
3. Что такое теория кодирования и как она связана с дискретной математикой?
4. Какие основные типы кодов существуют в теории кодирования?
5. Какие приложения имеет теория кодирования в передаче данных и связи?
6. Что такое теория автоматов и формальных языков?
7. Какие виды автоматов существуют и как они используются в компьютерных науках?
8. Каково определение рекурсивной последовательности и как она связана с дискретной математикой?
9. Какие методы используются для решения рекуррентных соотношений?
10. Какие приложения имеют методы дискретной математики в области искусственного интеллекта и машинного обучения?
11. Какие основные принципы логического вывода используются в дискретной математике?
12. В чем состоит разница между индукцией и дедукцией в математике?
13. Какие методы можно использовать для решения задач комбинаторной оптимизации?
14. Как теория графов используется в сетевом планировании и моделировании?

15. Какие приложения имеют методы дискретной математики в компьютерных науках?

Билет 1:

1. Что такое перестановка и каковы её свойства?
2. Что такое сочетание и как оно связано с биномиальным коэффициентом?
3. Что такое принцип учета и как он используется в комбинаторике?

Критерии оценивания

Оценка "Отлично" (10) - полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продemonстрирован грамотный подход к решению задач, реализованы оптимальные алгоритмы, код оформлен в едином удобочитаемом стиле.

Оценка "Отлично" (9) - полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продemonстрирован грамотный подход к решению задач, реализованы оптимальные алгоритмы.

Оценка "Отлично" (8) - полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продemonстрирован грамотный подход к решению задач.

Оценка "Хорошо" (7) - полностью решены все задачи. Допущены несущественные ошибки.

Оценка "Хорошо" (6) - полностью решено большинство задач. В некоторых задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.

Оценка "Хорошо" (5) - полностью решено две трети задач. В некоторых задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.

Оценка "Удовлетворительно" (4) - полностью решено более половины задач. В остальных задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.

Оценка "Удовлетворительно" (3) - полностью решено более половины задач.

Оценка "Неудовлетворительно" (2) - решено менее половины задач.

Оценка "Неудовлетворительно" (1) - не решено ни одной задачи.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий и других видов работ, предусмотренных программой дисциплины и (или) путем организации специального опроса, проводимого в устной и (или) письменной форме.

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, конспектами лекций или другими материалами.